EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….**046**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine conjugatul numărului complex $z=(2+i)(1-2i)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\cos\frac{\pi}{3}$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AB=6$, $AC=6$ şi $m(\hat{ABC})=45^0$.

(4p) **d)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,-4)$ la dreapta de ecuație $y=1$.

(2p) **e)** Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^8}$.

(2p) **f)** Să se verifice dacă punctul $M(1,8)$ este situat pe dreapta de ecuație $2x-y+6=0$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $A=\{-2,-1,0,1,2\}$.

(3p) **a)** Să se determine numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii A .

(3p) **b)** Să se calculeze câte elemente din mulțimea A sunt soluții ale ecuației $(2^x-2)\cdot(2^{x+1}-1)=0$.

(3p) **c)** Să se găsească un element din mulțimea A care este soluție a ecuației $\log_2 x=0$.

(3p) **d)** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element din mulțimea A să obținem o soluție a ecuației $x^2+x-2=0$.

(3p) **e)** Să se dea un exemplu de mulțime B cu cel puțin 4 elemente astfel încât mulțimea $A\cap B$ să aibă exact 3 elemente .

2. Se consideră funcția $h:\mathbf{R}^*\to\mathbf{R}$, $h(x)=x+\frac{1}{x}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $h'(x)$, $x\in\mathbf{R}^*$.

(3p) **b)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției h .

(3p) **c)** Să se rezolve inecuația $h(x)\geq 2x$, $x\in(0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției h .

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_1^2 h(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea G a funcțiilor $f_m : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definite prin $f_m(x) = mx + m - 1$, $m \in \mathbf{R}^*$

şi se notează cu $\mathbf{1_R} : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ funcția definită prin $\mathbf{1_R}(x) = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f_1(2)$ şi $f_2(3)$.

(4p) **b)** Să se arate că $\mathbf{1_R} \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că $f_a \circ f_b = f_{a \cdot b}$, $\forall\ f_a, f_b \in G$.

(2p) **d)** Să se arate că pentru orice $f_a \in G$ sunt adevărate egalitățile $f_a \circ \mathbf{1_R} = \mathbf{1_R} \circ f_a = f_a$.

(2p) **e)** Să se arate că pentru orice $f_k \in G$ există $f_j \in G$, astfel încât $f_k \circ f_j = f_j \circ f_k = \mathbf{1_R}$.

(2p) **f)** Să se verifice că operația de compunere a funcțiilor determină o structură de grup pe mulțimea G .

(2p) **g)** Să se arate , folosind metoda inducției matematice, că $\underbrace{f_a \circ f_a \circ \ldots \circ f_a}_{de\ 2007\ \text{ori}} = f_{a^{2007}}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + \ln x - x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f(e) + e$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

(4p) **c)** Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in (0, \infty)$.

(2p) **d)** Să se arate că f are un singur punct de extrem local .

(2p) **e)** Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f.

(2p) **f)** Să se arate că $1 + \ln x \le x$, $\forall x \in (0, \infty)$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_{\frac{1}{e}}^{e} f(x)dx$.